

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a
Anul școlar 2013 - 2014
Matematică

Simulare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele.

(30 de puncte)

- 5p 1. Rezultatul calculului $(2^0 + 2^1 + 2^2) : (2^3 - 1)$ este egal cu
- 5p 2. Dacă $\frac{a}{7} = \frac{5}{3}$, atunci numărul $\frac{a+7}{7}$ este egal cu
- 5p 3. Scrisă sub formă de interval, mulțimea $I = \{x \in \mathbb{R} \mid -5 \leq x \leq 3\}$ este egală cu
- 5p 4. Se consideră triunghiul ABC cu $AB = 4$ cm, $AC = 6$ cm și $BC = 8$ cm. Dacă M este mijlocul laturii AB și N este mijlocul laturii AC , atunci perimetrul triunghiului AMN este egal cu ... cm.
- 5p 5. În *Figura 1* este reprezentat un cub $ABCD A' B' C' D'$. Măsura unghiului determinat de dreptele AD' și $B'C$ este egală cu ...°.

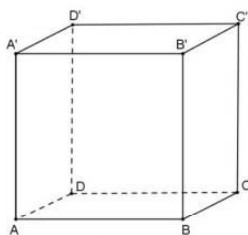


Figura 1

- 5p 6. În tabelul de mai jos este dat numărul de elevi din fiecare clasă a VIII-a dintr-o școală, la începutul unui an școlar, respectiv la sfârșitul aceluiași an școlar.

Clasa	a VIII-a A	a VIII-a B	a VIII-a C
Număr de elevi la începutul anului școlar	24	27	29
la sfârșitul anului școlar	26	25	27

La sfârșitul anului școlar, numărul total al elevilor din clasele a VIII-a ale acestei școli este egal cu

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.

(30 de puncte)

- 5p 1. Desenați, pe foaia de examen, o prismă dreaptă $ABCA' B' C'$ cu baza triunghiul echilateral ABC .
- 5p 2. Determinați numărul natural n , cuprins între 40 și 50, știind că la împărțirea lui prin 6 și prin 8 se obține de fiecare dată restul 1.
- 5p 3. Matei a cheltuit sâmbătă după amiază două cincimi din suma pe care o avea dimineața. Duminică, după ce a mai cheltuit încă 13 lei, Matei mai are 8 lei din suma inițială. Determinați suma pe care a avut-o Matei sâmbătă dimineață.
4. Se consideră numerele $a = \sqrt{8}$ și $b = \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}$.
- 5p a) Verificați dacă $\frac{a+2}{a-2} = b$.
- 5p b) Arătați că $a < b$.
- 5p 5. Se consideră $E(x) = (1+x)(1-x) + (x+2)^2 - 2(x+2)$, unde x este număr real. Determinați numărul real a pentru care $E(a) = -1$.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.

(30 de puncte)

1. *Figura 2* este schița unei table de joc $ABCD$, împărțită în 25 de pătrate colorate în alb sau în negru, fiecare pătrat având latura de 2 cm. Pe marginea tablei de joc sunt alese, ca în figură, punctele P , Q , M și N astfel încât $AP = BQ = CM = DN$.

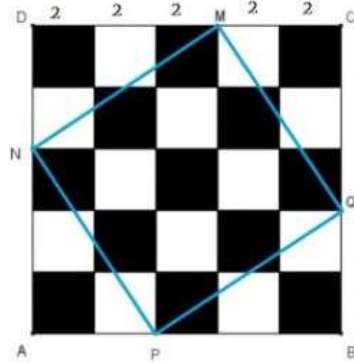


Figura 2

- 5p a) Calculați perimetrul pătratului $ABCD$.
 5p b) Arătați că aria tuturor pătratelor albe reprezintă 48% din aria tablei de joc.
 5p c) Demonstrați că dreptele MP și NQ sunt perpendiculare.
2. În *Figura 3* este reprezentat schematic un acoperiș în formă de piramidă patrulateră regulată $VABCD$. Înălțimea piramidei este $VO = 3\sqrt{2}$ m, iar muchia laterală este $VA = 6$ m.

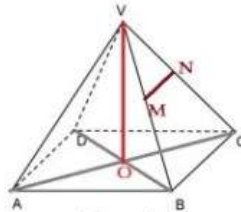


Figura 3

- 5p a) Verificați dacă $AB = 6$ m.
 5p b) Determinați măsura unghiului format de planele (VAC) și (VBD) .
 5p c) Demonstrați că dreptele DM și AN sunt coplanare, știind că M este mijlocul muchiei BV și N este mijlocul muchiei CV .

REZOLVARE

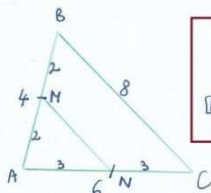
SUBIECTUL I

1. $(2^0 + 2^1 + 2^2) : (2^3 - 1) =$
 $= (1 + 2 + 4) : (8 - 1) =$
 $= 7 : 7 = \boxed{1}$

2. $\frac{6}{7} = \frac{5}{3}$
 $\frac{2+7}{7} = \frac{2}{7} + \frac{7}{7} = \frac{5}{3} + 1 = \frac{5}{3} + \frac{3}{3} = \frac{8}{3}$

3. $I = \{x \in \mathbb{R} / -5 \leq x \leq 3\} = \boxed{[-5; 3]}$

4.



M - mijlocul lui AB $\Rightarrow AM = MB = \frac{4}{2} = 2 \text{ cm}$
 N - mijlocul lui AC $\Rightarrow AN = NC = \frac{6}{2} = 3 \text{ cm}$
 [MN] - linie mijlocie
 în $\triangle ABC \Rightarrow MN = \frac{BC}{2} = \frac{8}{2} = 4 \text{ cm}$

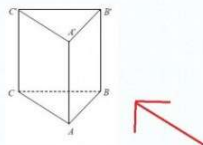
$P_{\triangle AMN} = AM + AN + MN = 2 + 3 + 4 = \boxed{9 \text{ cm}}$

5. $\sphericalangle(AD'; B'C) = \sphericalangle(BC'; B'C)$. Dar $BC' \perp B'C$ (diagonalele patrulatului $BCC'B'$) \Rightarrow
 $\sphericalangle(AD'; B'C) = \boxed{90^\circ}$

6. $26 + 25 + 27 = \boxed{78}$

SUBIECTUL II

1.



*de desenat o prismă triunghiulară regulată dreaptă ABCA'B'C'

2. $40 < n < 50$

$$\begin{cases} m : 6 = C_1 + 1 \\ m : 8 = C_2 + 1 \end{cases} \xrightarrow{\Delta = 7 \cdot C + R} \begin{cases} m = 6 \cdot C_1 + 1 / -1 \\ m = 8 \cdot C_2 + 1 / -1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m-1 = 6 \cdot C_1 \\ m-1 = 8 \cdot C_2 \end{cases} \Rightarrow m-1 \in M[6; 8]$$

$$[6; 8] = ? \quad \begin{array}{l|l} 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{l|l} 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{l} 6 = 2 \cdot 3 \\ 8 = 2^3 \end{array} \Rightarrow [6; 8] = 2^3 \cdot 3 = 8 \cdot 3 = 24.$$

$$\Rightarrow M_{24} = \{0, 24, 48, \dots\} \quad \begin{array}{l} 40 < n < 50 \\ \Rightarrow n-1 = 48 \Rightarrow n = 48+1 = 49. \end{array}$$

3. $x = \text{suma inițială}$

$$\begin{aligned} x - \frac{2}{5}x - 13 &= 8/5 \Leftrightarrow 5x - 2x - 65 = 40 \\ 3x - 65 &= 40 \\ 3x &= 40 + 65 \\ 3x &= 105 \\ x &= \frac{105}{3} = 105 : 3 = 35 \\ x &= 35 \text{ lei.} \end{aligned}$$

SUBIECTUL II

4. $a = \sqrt{8}$; $b = \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}$

a) $\frac{a+2}{a-2} = b$

$a = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ $\frac{8}{2} > 2 \Rightarrow 2\sqrt{2}$

$b = \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1} = \frac{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}+1)}{(\sqrt{2})^2 - 1^2} = \frac{\sqrt{2}^2 + 2\sqrt{2} + 1}{2-1} = \frac{2+2\sqrt{2}+1}{1} = 3+2\sqrt{2}$

$a = 2\sqrt{2}$
 $b = 3+2\sqrt{2}$

$\frac{a+2}{a-2} = \frac{2\sqrt{2}+2}{2\sqrt{2}-2} = \frac{2(\sqrt{2}+1)}{2(\sqrt{2}-1)} = \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1} = b$

b) $a < b \Leftrightarrow 2\sqrt{2} < 3+2\sqrt{2} \Leftrightarrow 2\sqrt{2} - 2\sqrt{2} < 3 \Leftrightarrow 0 < 3$ (A)

5. $E(x) = \frac{(1+x)(1-x) + (x+2)^2 - 2(x+2)}{1^2 - x^2 + x^2 + 2 \cdot x \cdot 2 + 2^2 - 2 \cdot x - 2 \cdot 2}$
 $E(x) = \frac{1 - x^2 + x^2 + 4x + 4 - 2x - 4}{1 - x^2 + x^2 + 4x + 4 - 2x - 4}$
 $E(x) = 1 + 2x$

$E(a) = -1$
 $E(a) = 1 + 2a \Rightarrow 1 + 2a = -1 \Leftrightarrow 2a = -1 - 1$
 $2a = -2$
 $a = \frac{-2}{2}$
 $a = -1$

SUBIECTUL III

1.

a) $AB = 5 \cdot l = 5 \cdot 2 = 10 \text{ cm}$

$P_{ABCA} = 4 \cdot 10 = 40 \text{ cm}$.

b) $P_{\text{Dalt}} = l^2 = 2^2 = 4 \text{ cm}^2$

Sunt 12 \square albe $\rightarrow P_{\text{patrate albe}} = 12 \cdot 4 = 48 \text{ cm}^2 \rightarrow$

$P_{ABCA} = AB^2 = 10^2 = 100 \text{ cm}^2$

$\Rightarrow P_{\text{patrate albe}} = 48\% \text{ din } P_{ABCA}$.

c)

$\triangle ANM : m(\angle A) = 90^\circ \xrightarrow{T.P.} NM^2 = AN^2 + AM^2$
 $AN = 2 \cdot l = 2 \cdot 2 = 4 \text{ cm}$
 $AM = 3 \cdot l = 3 \cdot 2 = 6 \text{ cm}$
 $NM^2 = 4^2 + 6^2 = 16 + 36 = 52$
 $NM = \sqrt{52} = 2\sqrt{13} \text{ cm}$

$\begin{array}{r} 52/2 \\ 26/2 \\ 13/1 \end{array}$

$\triangle NAP : m(\angle A) = 90^\circ \xrightarrow{T.P.} NP^2 = NA^2 + AP^2$
 $NA = 3 \cdot l = 3 \cdot 2 = 6 \text{ cm}$
 $AP = 2 \cdot l = 2 \cdot 2 = 4 \text{ cm}$
 $NP^2 = 6^2 + 4^2$
 $NP = \sqrt{52} = 2\sqrt{13} \text{ cm}$

$\triangle PBQ : m(\angle B) = 90^\circ \xrightarrow{T.P.} PQ^2 = PB^2 + BQ^2$
 $PB = 3 \cdot l = 3 \cdot 2 = 6 \text{ cm}$
 $BQ = 2 \cdot l = 2 \cdot 2 = 4 \text{ cm}$
 $PQ^2 = 6^2 + 4^2 = 52 \Rightarrow PQ = \sqrt{52} = 2\sqrt{13} \text{ cm}$

$\triangle NQC : m(\angle C) = 90^\circ \xrightarrow{T.P.} MQ^2 = NC^2 + CQ^2$
 $NC = 2 \cdot l = 2 \cdot 2 = 4 \text{ cm}$
 $CQ = 3 \cdot l = 3 \cdot 2 = 6 \text{ cm}$
 $MQ^2 = 4^2 + 6^2 \Rightarrow MQ = 2\sqrt{13} \text{ cm}$

$NM = NP = PQ = QM = 2\sqrt{13} \text{ cm} \Rightarrow NMQP \text{ romb} \Rightarrow MP \perp NQ$
 (diagonalele rombului).

SUBIECTUL III

2.

a) $\Delta VOA: m(\angle O) = 90^\circ \xrightarrow{T.P.} VA^2 = VO^2 + AO^2$
 $6^2 = (3\sqrt{2})^2 + AO^2$
 $36 = 18 + AO^2$
 $AO = \sqrt{18}$
 $AO = \sqrt{2} \cdot 3 = 3\sqrt{2}$

$AO = 3\sqrt{2} \Rightarrow AC = 2 \cdot 3\sqrt{2} = 6\sqrt{2} \text{ m.}$

$AC = d_{\square} = l\sqrt{2} \Leftrightarrow 6\sqrt{2} = l\sqrt{2} \Leftrightarrow l = 6 \text{ m}$
 $\Rightarrow AB = 6 \text{ m.}$

b) $(VAC) \cap (VBA) = VO$
 $AC \perp VO, AC \subset (VAC)$
 $BA \perp VO, BA \subset (VBA)$
 $\Rightarrow \angle((VAC), (VBA)) = \angle(AC, BA)$
 $m(\angle(AC, BA)) = 90^\circ$

c) M - mijlocul lui $[AV]$
 N - mijlocul lui $[BV]$
 $\Rightarrow [MN]$ este linie mijlocie în $\Delta ABC \Rightarrow MN \parallel BC$.

$MN \parallel BC$
 $BC \parallel AD \Rightarrow MN \parallel AD \Rightarrow$ punctele A, B, N, M COPLANARE
 \Rightarrow DM și AN sunt coplanare.